

Пермский край  
2025-2026 учебный год  
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**6 КЛАСС**

*Время выполнения заданий – 150 минут (2 часа 30 минут).*

*Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).*

**6.1.** Петя хочет приписать к числу 12 справа и слева по одной цифре так, чтобы полученное четырёхзначное число делилось на 45. Укажите все возможные числа, которые он способен получить и докажите, что он не способен получить никакие другие.

**Ответ:** 1125 и 6120.

**Решение.** Чтобы число делилось на 45, оно должно делиться на 5 и 9. Число делится на 5, если цифра единиц 0 или 5. Число делится на 9, если сумма его цифр делится на 9. Если справа от 12 пишем 0, то слева подойдет только 6, а если справа - 5, то слева - 1.

**Критерии оценки:**

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов,

получен неверный ответ из-за арифметической ошибки при верном ходе решения- 4 балла,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи - 3 балла,

приведен один верный ответ с проверкой условия - 2 балла,

приведен верный ответ без обоснований или частичный ответ с проверкой условия - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

**6.2.** Маша, Вероника и Алина решают, какой торт купить – "Наполеон", "Прагу" или "Медовик". У каждой из них есть любимый торт, торт, на который она согласна, и тот, который ей очень не нравится.

1. Маша предпочитает "Наполеон", но согласна и на "Прагу".

2. Вероника ни в коем случае не хочет покупать "Медовик", она любит "Прагу".

3. Алина считает "Медовик" самым лучшим тортом, "Прагу" она не любит.

Девочки проголосовали за каждый из вариантов, причём за любимый торт каждая ставила 2 балла, а за тот, против которого она не возражает, только один. Какой торт они купили?

**Ответ:** "Наполеон".

**Решение.** Составим таблицу голосования: каждому торту сопоставим количество баллов от 0 до 2, где 0 – совсем не хочется, 1 - в целом не против, 2 - любимый торт. Тогда их голоса распределятся следующим образом.

|          | Маша | Вероника | Алина | Сумма |
|----------|------|----------|-------|-------|
| Наполеон | 2    | 1        | 1     | 4     |
| Прага    | 1    | 2        | 0     | 3     |
| Медовик  | 0    | 0        | 2     | 2     |

Как видно из таблицы, большинство голосов было отдано за "Наполеон".

**Критерии оценки:**

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не проверены другие случаи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

**6.3.** Петя пригласил Мишу в гости, сказав, что живет в восьмом подъезде в квартире №468, а этаж не сказал. Подойдя к дому, Миша увидел, что дом двенадцатизэтажный. На каком этаже живет Петя, если в доме во всех подъездах на всех этажах число квартир одинаково?

**Ответ:** на 10 этаже.

**Решение.** Заметим, что  $8 \cdot 58 < 468 < 7 \cdot 67$ , поэтому в подъезде квартир больше 58 и меньше 67. При этом оно кратно количеству этажей, то есть двенадцати. Значит, квартир в подъезде 60, на этаже – 5. Петя живет на десятом этаже.

**Критерии оценки:**

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов,

ход решения верный, но получен неверный ответ из-за арифметической ошибки - 4 балла,

при решении перебором между 59 и 66, в котором упущено не более 1 случая - 4 балла, если более одного случая - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 2 балла,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

**6.4.** 7 членов кружка и 7 их родителей в каком-то порядке создали цепочку для передачи информации. Первый человек в цепочке получает информацию от руководителя кружка и передает второму, второй – третьему, и т.д. Однажды первый в цепочке узнал четное число – количество задач для подготовки к олимпиаде – и должен был передать эту информацию. Но дело было первого апреля, и дети решили подшутить. Получилось, что каждый родитель сообщил следующему за ним то же количество, что сообщили ему. А каждый школьник передал следующему в цепочке сообщенное ему число, если тот был школьником, и удвоенное, если следующий был родителем. После этого каждый школьник сделал только половину задач от того, что ему сообщили. Могло ли оказаться, что сумма всех сделанных школьниками задач больше, чем общее количество задач, про которые узнали родители?

**Ответ:** да, может.

**Решение.** Например, если сначала в цепочке стоят 5 родителей, затем школьник, родитель, школьник, родитель и в конце 5 школьников, и было задано 2 задачи, то переданы будут числа 2, 2, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 8, 8. Будет решено  $1 + 2 + 4 \cdot 5 = 23$  задачи, а родители будут знать про  $2 \cdot 5 + 4 + 8 = 22$  задачи.

**Критерии оценки:**

приведен любой верный пример с проверкой условий - 7 баллов,

приведен любой верный пример без проверки условий - 5 баллов,

приведен верный ответ без примера - 0 баллов.

**6.5.** На новогодней гирлянде 23 лампочки. Каждую минуту какие-то 8 лампочек меняют свое состояние на противоположное (если лампочка горела, то она выключается, а если не горела, то включается). Возможна ли ситуация, когда на какой-то минуте будут гореть сразу все лампочки, если первоначально все они выключены?

**Ответ:** Нет.

**Решение.** Чтобы лампочка из выключенного состояния перешла во включенное, ее положение надо изменить нечётное число раз. Предположим, нам удалось включить все 23 лампочки. Положение каждой менялось нечётное число раз, их количество нечётно, значит, суммарно все лампочки меняли свое состояние нечётное число раз. Но такого нельзя добиться, меняя состояние 8 лампочек. Противоречие.

**Критерии оценки:**

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ без обоснований или приведен неверный ответ - 0 баллов.